

Matematică

**Ghid complet
pentru Evaluarea Națională**

clasa a VIII-a

– ediție revizuită –

Cuprins

Exerciții și probleme	4
1. Mulțimea numerelor naturale	4
2. Mulțimea numerelor întregi.....	9
3. Mulțimea numerelor raționale	11
4. Mulțimea numerelor reale	19
5. Rapoarte și proporții. Procente. Probabilități	22
6. Calcul algebric	26
7. Funcții	30
8. Ecuații și sisteme de ecuații liniare. Inecuații. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor.....	34
9. Unghi.....	40
10. Triunghi	42
11. Patrulater.....	52
12. Cerc	65
13. Paralelism și perpendicularitate în spațiu. Poliedre.....	68
14. Corpuri rotunde	79
Teste	84
Răspunsuri	208

1. Mulțimea numerelor naturale**1.** Calculați:

a) $2 \cdot 8 - 10$;

b) $17 + 2 \cdot 3 + (17 + 2) \cdot 3$;

c) $12 \cdot 5 + 120 - 12 \cdot 15$;

d) $(11 + 33 + 66) : 11$;

e) $18 + 19 : 19 - 19$;

f) $600 : 25 - 38 : 19$.

2. Calculați $a - b + c$ și $a - (b + c)$ în fiecare dintre cazurile următoare:

a) $a = 15, b = 3, c = 7$;

c) $a = 2^5, b = 3^3, c = 4^0$;

b) $a = 108, b = 98, c = 10$;

d) $a = 3^3 + 4^3, b = 2^3 + 3^3, c = 5^2 + 5^1$;

3. a) Calculați $xy + 5xz - 4x$, știind că $y + 5z = 7$ și $x = 3$.

b) Calculați $2ab + 3bc + 4b^2$, știind că $2a + 3c + 5b = 22$ și $b = 2$.

c) Calculați x , știind că $xy + xz = 18$ și $y + z = 3$.

d) Calculați $a - b + 3$, știind că $ax - bx + 7 = 21$ și $x = 2$.

e) Calculați $x + 23 + y + 5$, știind că $y + x = 173$.

f) Calculați $17 + y + 24 + x$, știind că $x + 4 + y = 282$.

4. Ordonați descrescător numerele a, b, c , știind că $a = 312 - (24 + 67)$, $b = 312 - 24 + 67$, $c = 312 + 24 - 67$.**5.** Dacă $a = 15 \cdot 9$ și $b = 27 \cdot 105$, calculați:

a) $b : a$;

b) $a + b$;

c) $(b - a) : a$;

d) $(b + a - 22) : 22$;

e) $(a + b)(b - a)$.

6. a) Determinați $4x + 20y$, știind că $x + 5y = 14$.

b) Determinați $12x - 9y + 8$, știind că $4x - 3y + 4 = 15$.

c) Determinați $2x + 3y + 4z$, știind că $x + y + z = 28$ și $x + 2y + 3z = 68$.

d) Determinați $6x + 17y + 2z$, știind că $x + 4y = 9$ și $3x + 5y + 2z = 19$.

e) Determinați $11x + 15y + 14z$, știind că $x + 5y = 17$ și $4x + 7z = 15$.

f) Determinați $x + 6y$, știind că $x + 5y = 49$ și $x + 7y = 67$.

7. a) Produsul a două numere este 208. Mărind unul dintre numere cu 4, produsul devine 272. Determinați cele două numere.

b) Produsul a două numere este 3465. Micșorând unul dintre numere cu 22, produsul devine 3135. Determinați cele două numere.

8. Aflați două numere naturale x și y , știind că, dacă îl mărim pe y cu 6, produsul celor două numere se mărește cu 42, iar, dacă îl micșorăm pe x cu 4, produsul celor două numere se micșorează cu 32.**9.** Aflați numerele de trei cifre care au produsul cifrelor egal cu 6.**10.** Câte numere de forma \overline{ab} , cu ambele cifre impare există?**11.** Calculați $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$, știind că $a + b + c = 7$.**12.** Determinați numerele naturale de forma \overline{ab} , cu proprietatea $\overline{ab} + \overline{ba} = 66$.

13. Determinați numărul natural de două cifre, care adunat cu suma cifrelor sale dă 76.

14. Arătați că $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} : 37$, pentru oricare cifre nenule a, b, c .

15. a) Determinați numărul de forma \overline{ab} pentru care $\overline{3ab} + \overline{ab5} = 558$.

b) Determinați numărul de forma \overline{ab} pentru care $\overline{2ab6} + \overline{ab32} = 9958$.

c) Determinați numerele naturale de patru cifre care se micșorează cu 2916 dacă ultima cifră se mută în fața numărului.

16. Calculați:

a) $1 + 2 + 3 + \dots + 100$;

d) $10 + 20 + 30 + \dots + 2020$;

b) $1 + 3 + 5 + \dots + 99$;

e) $1 + 4 + 7 + \dots + 301$;

c) $4 + 8 + 12 + 16 + \dots + 96$;

f) $3 + 8 + 13 + 18 + \dots + 1008$.

17. Se dau numerele naturale:

$a = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2019$ și $b = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2020$.

a) Comparați numerele a și b .

b) Calculați $b - a$.

c) Arătați că a este pătrat perfect.

d) Arătați că b este divizibil cu 101.

e) Determinați restul împărțirii numărului $a + b$ la 2020.

18. La o împărțire de numere naturale, câtul este 5 și restul este 14. Suma dintre deîmpărțit, împărțitor, cât și rest este 135. Aflați deîmpărțitul și împărțitorul.

19. Prin împărțirea numărului natural n la 8 se obține câtul 7 și restul egal cu 3. Aflați numărul n .

20. Calculați suma numerelor naturale, care, prin împărțire la 7 dau câtul 9.

21. Calculați suma numerelor naturale, care, prin împărțire la 8 dau câtul 6 și restul un număr natural par.

22. Prin împărțirea numărului natural n la 8 se obține restul 5. Aflați restul împărțirii numărului n la 4.

23. Arătați că nu există numere naturale, care, prin împărțire la 6 să dea restul 3, iar prin împărțire la 9 să dea restul 4.

24. a) Fie x și y două numere naturale și $a = 14x + 35y + 47$. Aflați restul împărțirii lui a la 7.

b) Aflați restul împărțirii numărului $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2018 + 2019$ la 2020.

25. Determinați numerele naturale \overline{xyz} , care, prin împărțire la \overline{yz} dau câtul 4 și restul $4x$.

26. Comparați următoarele numere:

a) 2^{521} și 2^{723} ;

f) 2^{30} și 3^{20} ;

b) 3^{49} și 9^{25} ;

g) 5^{27} și 2^{63} ;

c) 4^{35} și 8^{20} ;

h) 3^{210} și 5^{140} ;

d) 5^{200} și 125^{60} ;

i) 10^{70} și 5^{100} ;

e) 125^{15} și 25^{20} ;

j) 200^{30} și $8^{10} \cdot 10^{60}$.

27. Calculați:

- | | | |
|-------------------------------|--|--|
| a) $2^2 + 3^2 + 4^2$; | e) $3^{70} : 3^{69}$; | i) $25^{10} \cdot 5^{30} : 125^{16} : (5^3)^0$; |
| b) $5^3 - 5^2$; | f) $2^3 \cdot 2^5$; | j) $3^{44} \cdot 9^{25} : 27^{30}$; |
| c) $11^3 - 3^6 + 7^0 + 0^7$; | g) $(3^{10})^2 : (3^2)^9$; | k) $4^{50} : 8^{30} : 16^2$; |
| d) $(3 + 2)^2 + (7 - 3)^3$; | h) $3^4 \cdot 3^6 \cdot 3^5 : (3^3)^4$; | l) $(3^3)^{15} : (27^2)^3 : 81^6$. |

28. Efectuați, utilizând factorul comun:

- | | |
|---|--|
| a) $2^{57} + 2^{58} + 2^{59}$; | c) $11^{14} - 3 \cdot 11^{13} - 11^{12} \cdot 2$; |
| b) $6 \cdot 5^{42} + 3 \cdot 5^{43} + 2 \cdot 5^{44}$; | d) $8^{100} - 3 \cdot 8^{98} - 8^{97} \cdot 7$. |

29. Determinați numărul natural n în fiecare caz:

- | | |
|--|---|
| a) $8^n + 8^{n+1} = 72$; | e) $7^{2n+1} + 7^{2n+3} = 350 \cdot 7^{100}$; |
| b) $6^n + 6^{n+3} = 217 \cdot 6^{10}$; | f) $5^{2n-1} + 5^{2n} = 750$; |
| c) $3^4 \cdot 3^5 \cdot 3^{16} = 3^{5n}$; | g) $2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \dots \cdot 2^{10} = 2^n$; |
| d) $(8 \cdot 4)^{10} : 4^5 : 2^3 = 2^n$; | h) $3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^6 \cdot \dots \cdot 3^{50} = 9^n$; |

30. Calculați:

- | | |
|--|---|
| a) $2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100}$; | b) $(3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{50}) \cdot 2 + 9$; |
| c) $(4^2 + 4^4 + 4^6 + \dots + 4^{40}) \cdot 15$. | |

31. Determinați ultima cifră a numerelor:

- | |
|---|
| a) 2^{101} ; |
| b) 2019^{2019} ; |
| c) $1^{2020} + 2^{2019} + 3^{2018} + 4^{2017} + 5^{2016} + 6^{2015} + 7^{2014} + 8^{2013} + 9^{2012}$. |

32. Arătați că numărul $n = 8^{2018} + 6^{2019} + 5^{2020}$ este divizibil cu 5.

33. Determinați numerele de forma \overline{ab} pentru care $15 \cdot \overline{ab}$ este pătrat perfect.

34. Arătați că numărul $n = \overline{ab} + \overline{ba} - \overline{aa} - \overline{bb} + 64$ este atât pătrat perfect cât și cub perfect.

35. Fie n un număr natural nenul și $x = 10^n + 3$. Arătați că x nu este pătrat perfect.

36. Arătați că numărul $n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 15 + 7$ nu este pătrat perfect.

37. Arătați că numărul $x = 7^{2n} + 2 \cdot 7^{2n+1} + 7^{2n+2}$ este pătratul unui număr natural pentru orice număr natural n .

38. Arătați că numărul $x = (2 \cdot 5^{92} + 2 \cdot 5^{91} + 4 \cdot 5^{90}) \cdot 125^4$ este cub perfect.

39. Se consideră mulțimea $A = \{0, 1, 2, 4, 5, 9, 12, 239, 448, 1230\}$. Determinați mulțimile: $A \cap D_2, A \cap D_{12}, A \cap D_5, A - D_{10}, A \cap M_3, A \cap M_2, A \cap M_{10}$ (mulțimea D_n reprezintă mulțimea divizorilor naturali ai numărului n , iar mulțimea M_n reprezintă mulțimea multiplilor naturali ai numărului n).

40. Se consideră mulțimile $A = \{x | x \in \mathbb{N} \text{ și } 23 \leq x \leq 51\}$, $B = \{x | x \in A \text{ și } x : 3\}$, $C = \{x | x \in A \text{ și } x : 2\}$, $D = \{x | x \in A \text{ și } 9 | x\}$, $E = \{x | x \in A \text{ și } x : 5\}$, $F = \{x | x \in A \text{ și } x : 10\}$, $G = \{x | x \in A \text{ și } x \text{ e număr prim}\}$. Enumerați elementele mulțimilor A, B, C, D, E, F, G .

41. Determinați suma divizorilor naturali ai numărului x în fiecare caz:

- a) $x = 18$; b) $x = 3^4$; c) $x = 5$.

42. Determinați numărul de divizori naturali ai numerelor:

- a) 45; b) 49; c) 125; d) 216.

43. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x + 4 < 9\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ e divizor al lui } 12\}$.

- a) Determinați elementele mulțimilor A și B .
b) Determinați elementele mulțimilor $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, $B - A$.
c) Calculați cardinalul mulțimii A .

44. a) Determinați numerele de forma $\overline{25b}$ divizibile cu 2.

b) Câte numere de forma $\overline{6a7b}$ divizibile cu 5 există?

c) Determinați numerele de forma $\overline{2a3b}$ divizibile cu 3.

d) Câte numere de forma \overline{xyx} divizibile cu 2 există? Care este cel mai mare dintre acestea?

45. Se consideră mulțimile $A = \{n \in \mathbb{N} \mid \overline{3n4} : 3\}$ și $B = \{n \in \mathbb{N} \mid \overline{32n} : 2\}$. Determinați elementele mulțimilor A , B , $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, $B - A$ și cardinalul mulțimii B .

46. a) Determinați numerele naturale a și b , știind că numărul $\overline{a53b}$ e divizibil cu 15.

b) Determinați numerele naturale a , b și c , știind că numărul $\overline{2abc}$ e divizibil cu 90.

c) Calculați suma numerelor de forma $\overline{4a7b}$ divizibile cu 45.

47. Arătați că:

a) $7^n + 7^{n+1} + 7^{n+2} : 3$, pentru oricare număr natural n .

b) $7 \cdot 5^{2n+1} + 5^{2n+2} \cdot 12 + 5^{2n+4} : 48$, pentru oricare număr natural n .

c) $2^{n+3} \cdot 3^{n+1} + 6^n \cdot 5 + 2^{n+2} \cdot 3^n : 11$, pentru oricare număr natural n .

d) $25 \cdot 12^n \cdot 3^{n+2} + 6 \cdot 4^{n+1} \cdot 9^{n+2} + 18^{n+2} \cdot 2^{n+3} : 23$, pentru oricare număr natural n .

e) $2^{n+2} \cdot 5^{n+3} + 1 : 3$, pentru oricare număr natural n .

48. Arătați că:

a) $1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{50} : 7$;

b) $3^2 + 3^3 + \dots + 3^{101} : 12$;

c) $5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2020} : 31$.

49. Determinați numărul natural n în fiecare caz:

a) $(n + 2) \mid 15$; d) $(n + 1) \mid (2n + 3)$;

b) $(2n + 3) \mid 20$; e) $(2n + 5) \mid (4n + 28)$;

c) $30 : (2n + 1)$; f) $(3n + 1) \mid (7n + 9)$.

50. Determinați numărul natural n , știind că $(n + 7) \mid (2n - 8)$ și $(2n - 8) \mid (n + 7)$.

51. Determinați elementele mulțimilor:

$$A = \left\{ n \in \mathbb{N} \mid \frac{5}{n+1} \in \mathbb{N} \right\}, B = \left\{ n \in \mathbb{N} \mid \frac{2n+5}{n+1} \in \mathbb{N} \right\},$$

$$C = \left\{ n \in \mathbb{N} \mid \frac{6n+10}{2n+1} \in \mathbb{N} \right\}, D = \left\{ n \in \mathbb{N} \mid \frac{7n+14}{3n+2} \in \mathbb{N} \right\}.$$

52. a) Determinați numerele prime a , b și c , știind că $a + 4b + 6c = 56$.

b) Determinați numerele prime a , b și c cu proprietatea $5a + 3b + 10c = 140$.

53. a) Fie x și y numere naturale cu proprietatea că $5 \mid (7x + 2y)$. Arătați că $5 \mid (x + y)$.

b) Fie x și y numere naturale cu proprietatea că $3 \mid (7x + 4y)$. Arătați că $3 \mid (5x + 2y)$.

54. Determinați cel mai mare divizor comun și cel mai mic multiplu comun al numerelor a și b și verificați relația $[a, b] \cdot (a, b) = a \cdot b$, unde $[a, b]$ reprezintă cel mai mic multiplu comun al numerelor a și b , iar (a, b) reprezintă cel mai mare divizor comun:

a) $a = 78$, $b = 60$;

c) $a = 112$, $b = 252$;

b) $a = 450$, $b = 1300$;

d) $a = 45$, $b = 98$.

55. Determinați numerele naturale a și b , știind că:

a) $(a, b) = 3$ și $a + b = 18$;

d) $(a, b) = 12$ și $[a, b] = 216$;

b) $(a, b) = 5$ și $a \cdot b = 750$;

e) $(a, b) = 12$ și $a \cdot b = 13824$;

c) $(a, b) = 7$ și $2a + 3b = 168$;

f) $a \cdot b = 3648$ și $[a, b] = 912$.

56. a) Arătați că numerele $n + 2$ și $7n + 15$ sunt prime între ele, pentru oricare număr natural n .

b) Arătați că numerele $4n + 9$ și $3n + 7$ sunt prime între ele, pentru oricare număr natural n .

57. a) Arătați $(n + 4, 4n + 17) = 1$, pentru oricare număr natural n .

b) Arătați $(2n + 3, 5n + 7) = 1$, pentru oricare număr natural n .

58. Determinați cel mai mic număr de elevi care se pot alinia în coloane de câte 6 elevi, 8 elevi și 10 elevi.

59. Trei autobuze pleacă dintr-o stație în fiecare dimineață la ora 6. Primul revine în stație din oră în oră, al doilea din 2 în 2 ore, iar al treilea, din 90 în 90 de minute. După câte ore se întâlnesc din nou în stație cele trei autobuze?

60. Determinați cel mai mic număr natural, care împărțit la 18, 45 și 54 dă de fiecare dată restul 13 și câturi nenule.

61. Determinați cel mai mic număr natural, care împărțit la 24, 30 și 81 dă de fiecare dată restul 15 și câturi nenule.

62. Determinați numerele naturale cuprinse între 2000 și 5000, care împărțite la 28, 49 și 35 dau de fiecare dată restul 10 și câturi nenule.

63. Determinați cel mai mic număr natural, care împărțit la 14 dă restul 8, împărțit la 15 dă restul 9 și împărțit la 60 dă restul 54.

64. Determinați numerele naturale cuprinse între 100 și 1000, care împărțite la 12, 15 și 18 dau resturile 6, 9 și, respectiv 12 și câturi nenule.

65. Determinați cel mai mic număr natural, care împărțit la 7 dă restul 1, împărțit la 8 dă restul 4 și împărțit la 9 dă restul 7.

66. Împărțind numerele 1018 și 2018 la același număr natural nenul, n , obținem resturile 17 și respectiv 16. Determinați toate valorile numărului n .

- 67.** Împărțind numerele 642, 385 și 532 la același număr natural nenul, n , se obțin resturile 12, 10 și respectiv 7. Determinați numărul la care au fost împărțite.
- 68.** Numerele 129, 93 și 168 se împart la același număr natural nenul și se obțin resturile 9, 13, și respectiv 8.
- Determinați cel mai mare număr natural care îndeplinește condițiile problemei.
 - Determinați cel mai mic număr natural care îndeplinește condițiile problemei.
 - Câte numere naturale îndeplinesc condițiile problemei?
- 69.** Calculați media aritmetică a numerelor:
- 10 și 28;
 - 7; 17; 15 și 5.
- 70.** Media aritmetică a două numere este 24. Aflați unul dintre numere, știind că celălalt este 31.
- 71.** Media aritmetică a trei numere este 56, iar media aritmetică a primelor două este 49. Determinați cel de-al treilea număr.
- 72.** Fiecare dintre cei 583 de elevi ai unei școli vorbește fluent cel puțin una dintre limbile engleză sau franceză. Dintre aceștia, 415 vorbesc fluent limba engleză și 270 vorbesc fluent limba franceză.
- Câți elevi vorbesc fluent ambele limbi?
 - Câți elevi vorbesc fluent numai limba franceză?
- 73.** 18 elevi ai unei clase participă la cercul de lectură, iar 19 participă la cercul de informatică. Știind că în clasă sunt 30 de elevi și fiecare dintre ei participă la cel puțin una dintre aceste activități, aflați câți elevi participă atât la cercul de lectură cât și la cercul de informatică.
- 74.** Într-o clasă sunt 28 de elevi. Dintre aceștia, 14 joacă fotbal, 20 joacă handbal, iar 3 nu joacă nici fotbal, nici handbal. Câți elevi din clasă joacă numai fotbal?
- 75.** În vacanța de primăvară, elevii unei clase merg la muzeu sau la grădina zoologică. Se știe că 17 elevi merg numai la muzeu, 15 merg numai la grădina zoologică, iar 5 elevi merg și la muzeu și la grădina zoologică. Aflați câți elevi sunt în acea clasă.

2. Mulțimea numerelor întregi

- Se dau mulțimile $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x < 3\}$ și $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x \leq 0\}$.
 - Scrieți elementele mulțimilor A și B .
 - Calculați suma elementelor mulțimii A .
 - Determinați elementele mulțimilor $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.
- Se dau mulțimile $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x < 5\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z}^* \mid |x| < 7\}$, $C = \{x \in \mathbb{Z}_- \mid x \geq -8\}$, $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 4\}$, $E = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < -2\}$.
 - Determinați cardinalul mulțimilor A , B , C , D , E .
 - Determinați mulțimile $A \cap B$, $C \cup B$, $C \cap D$, $C \cup D$, $D \setminus A$, $A \setminus B$, $B \setminus C$, $A \setminus (C \cup D)$, $B \cap (C \cup D)$, $E \cup (D \setminus A)$.

3. Calculați suma și produsul elementelor mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 3\}$.

4. Se consideră mulțimea $A = \{-5, -4, -2, 0, 1, 5, 6, 7\}$. Determinați elementele mulțimilor $B = \{x \mid x \in A \text{ și } |x| = x\}$, $C = \{x \mid x \in A \text{ și } |x| = -x\}$, $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \in A\}$.

5. Calculați:

- a) $(-6) + (-8) : 2 + (-10) \cdot (-2)$;
- b) $(-54) : (3 - 9) + (-3) \cdot 3$;
- c) $(1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6) : (-3)$;
- d) $4 \cdot (-2 - 8 + 3) - 2 \cdot (-3 + 8 - 2)$;
- e) $(-1) \cdot (3 + 9 - 4 + 8) : (-5 + 4 + 2 - 3)$;
- f) $1 + (-6 + 8 - 5 - 1) : (-2 + 3 + 4 - 6)$;
- g) $(3 - 8 - 2 + 4) : (-1 - 6 + 3 + 5) - 2$;
- h) $-9 - (-7 + 3 + 9) : (1 - 8 + 2)$.

6. Calculați:

- a) $(-16)^2 : (-2^2)^3 - (-11)^3 \cdot (-11)^4 : 11^5 - 3 \cdot 3^3 \cdot 3^5 : (-3)^8$;
- b) $-24 + (-2^2)^4 : 2^5 - (-5^3) \cdot 5^5 : (-5)^6 - (-15)^2 : (-15)$;
- c) $(-3)^7 \cdot (-3)^2 : 3^6 - 9^3 : (-3)^4 - (-4^2)^5 : (-2)^{18}$;
- d) $[2^{13} \cdot (-4)^6 \cdot (-8)^3]^2 : (4^3)^{10}$;
- e) $[9^2 \cdot (-3)^7 : 27^{-2}]^3 : (-81)^{12}$;
- f) $[(-2)^{62} \cdot (3^{47})^2 : (2^{60} \cdot 3^{93}) - 4^{20} : 2^{39} - 42^0] \cdot 2 + (-7)$.

7. Calculați:

- a) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 99 - 100$;
- b) $2 - 3 + 4 - 5 + \dots + 2020$;
- c) $-1 - 2 - 3 - 4 - \dots - 2019$.

8. Rezolvați în \mathbb{Z} următoarele ecuații:

- a) $|x| = 0$;
- b) $|2x + 4| = 6$;
- c) $|3x - 9| = -2$;
- d) $|x + 1| + |x + 2| = 0$;
- e) $|x - 2| + |2x - 4| = 0$;
- f) $|-x| = 7$;
- g) $||2x + 4| - 2| = 2$;
- h) $||3 - x| + 5| = 4$.

9. Determinați numerele întregi x și y cu proprietatea:

- a) $|2x - 2| + |y + 8| = 0$;
- b) $|x + 5| + |y - 5| = 1$.

10. Determinați mulțimea divizorilor întregi ai următoarelor numere:

- a) 20; b) 48; c) -24; d) -56; e) -3^3 .

11. Determinați numărul divizorilor întregi ai următoarelor numere:

- a) 54; b) -36; c) 7; d) -2^2 .

12. Determinați cel mai mare divizor comun și cel mai mic multiplu comun al următoarelor perechi de numere întregi:

- a) 24 și -56; b) -48 și -72; c) 225 și 81.

13. Determinați elementele mulțimilor: $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ și } \frac{5}{x} \in \mathbb{Z}\}$,

$$B = \left\{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ și } \frac{7}{2x-1} \in \mathbb{Z}\right\}, C = \left\{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ și } -\frac{10}{2x+1} \in \mathbb{Z}\right\},$$

$$D = \left\{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ și } \frac{x+3}{x+1} \in \mathbb{Z}\right\}, E = \left\{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ și } \frac{2x+4}{x-5} \in \mathbb{Z}\right\},$$

$$F = \left\{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ și } \frac{7x-9}{4x+3} \in \mathbb{Z}\right\} \text{ și } G = \left\{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ și } \frac{2x+5}{4x-3} \in \mathbb{Z}\right\}.$$

14. Determinați numerele întregi a și b pentru care este adevărată relația:

a) $(a-2)(b+5) = 12$;

b) $(2a+1)(b+5) = -15$;

c) $ab - 2a + 4 = 0$;

d) $ab - 2a + 2b - 10 = 0$;

e) $2ab - 4a + b = 27$.

15. Arătați că numărul $a = |2^{33} - 3^{22}| + 4^{16} \cdot 2$ este pătrat perfect.

16. Comparați numerele $a = |1^{11} - 2^{11}| + |2^{11} - 3^{11}| + \dots + |2019^{11} - 2020^{11}|$ și

$$b = |2020^0 - (-2020)^{10}|.$$

3. Mulțimea numerelor raționale

1. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $-2 \in \mathbb{Q}$;

f) $2, (3) \in \mathbb{Q}_+$;

k) $3 \notin \mathbb{Q}$;

b) $0,732 \in \mathbb{Q}$;

g) $\frac{8}{7} \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$;

l) $1,8(2) \notin \mathbb{N}$;

c) $\frac{1}{4} \notin \mathbb{Q}$;

h) $0 \in \mathbb{Q}_+$;

m) $150 \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$;

d) $1,5 \in \mathbb{Z}$;

i) $1,5 \in \mathbb{Z}$;

n) $-7 \in \mathbb{Q}_-$;

e) $0,71 \in \mathbb{N}$;

j) $2\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$;

o) $-1 \in \mathbb{Q}_+$.

2. Fie mulțimea $M = \left\{-5; 7,2; 8,1(2); \frac{9}{4}; -17; 5; 2\frac{1}{6}; 7; 0\right\}$.

Determinați mulțimile: $A = \{x \in M \mid x \in \mathbb{Z}_+\}$, $B = \{x \in M \mid x \in \mathbb{Q}_+\}$,

$C = \{x \in M \mid x \in \mathbb{Z}\}$, $D = \{x \in M \mid x \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}\}$; $E = \{x \in M \mid x \in \mathbb{Q}^*\}$,

$F = \{x \in M \mid x \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}\}$, $G = \{x \in M \mid x \in \mathbb{N}\}$,

$H = \{x \in M \mid x \notin \mathbb{Z}\}$, $I = \{x \in M \mid x \notin \mathbb{Q}\}$.

3. Se consideră mulțimea

$$A = \left\{\frac{7}{4}; 1\frac{2}{3}; 0, (5); \frac{14}{7}; 0; -4; \frac{18}{3}; \frac{1}{0,25}; \frac{1}{0, (6)}; 1,4; -8; 10\right\}.$$

a) $A \cap \mathbb{N}$;

d) $A \cap \mathbb{Q}^*$;

g) $A \cap (\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z})$;

b) $A \cap \mathbb{Z}$;

e) $A \cap (\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N})$;

h) $A \cap (\mathbb{Q} \setminus \mathbb{N})$;

c) $A \cap \mathbb{Q}$;

f) $A \cap \mathbb{Q}_+$;

i) $A \cap \mathbb{Q}_-$.

4. Se dau mulțimile

$$A = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{N}, a \in D_3, b \in D_{10} \right\} \text{ și } B = \left\{ \frac{x}{y} \mid x, y \in \mathbb{N}^*, |x| \leq 2 \text{ și } |-y| < 4 \right\}.$$

a) Determinați elementele mulțimilor A și B .

b) Determinați card B .

c) Determinați: $A \cap B$; $A \cap \mathbb{N}$; $(A \cap \mathbb{Q}) \setminus \mathbb{N}$; $B \cap \mathbb{Z}_+$; $B \cap \mathbb{Z}$; $B \setminus \mathbb{N}$.

5. Determinați numerele întregi a și b , știind că $\frac{20}{a}$ și $\frac{b}{24}$ sunt reprezentanți ai numărului $\frac{5}{3}$.

6. Transformați în fracții zecimale următoarele fracții ordinare:

a) $\frac{7}{10}$; $\frac{13}{100}$; $\frac{15}{1000}$; $\frac{1423}{100}$; $\frac{19}{10}$; $\frac{251}{1000}$; $\frac{1009}{1000}$; $\frac{1045}{10}$;

b) $\frac{7}{4}$; $\frac{6}{25}$; $\frac{13}{20}$; $\frac{9}{125}$; $\frac{503}{16}$; $\frac{63}{40}$; $\frac{2}{625}$; $\frac{21}{16}$;

c) $\frac{15}{7}$; $\frac{5}{11}$; $\frac{507}{33}$; $\frac{19}{3}$; $\frac{89}{9}$; $\frac{16}{27}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{51}{37}$;

d) $\frac{1}{6}$; $\frac{13}{36}$; $\frac{92}{15}$; $\frac{101}{35}$; $\frac{55}{18}$; $\frac{75}{22}$; $\frac{35}{24}$; $\frac{83}{12}$.

7. Transformați în fracții ordinare ireductibile următoarele fracții zecimale:

a) 2,3; 7,25; 1,2345; 0,485; 51,51; 0,0018; 13,7; 0,5; 1,04; 2,008; 21,234; 299,8;

b) 0,(5); 1,(72); 0,(321); 1,(234); 3,(14); 0,(06); 5,(3); 0,(0012); 13,(8); 1,(6); 0,(56); 0,(0625);

c) 0,1(5); 0,0(3); 1,25(243); 0,7(23); 2,32(4); 0,321(5); 0,24(5); 6,4(25); 0,35(451); 0,00(8); 1,2(456); 2,3(6).

8. a) Determinați a 8-a zecimală a numărului 0,(831).

b) Determinați a 99-a zecimală a numărului 1,2(31).

c) Determinați a 2020-a zecimală a numărului $\frac{22}{7}$.

9. Calculați suma primelor 100 de zecimale ale numărului $\frac{71}{330}$.

10. a) Determinați valorile numărului natural n pentru care fracția $\frac{3n}{n+5}$ este subunitară.

b) Determinați valorile numărului natural n pentru care fracția $\frac{n+15}{3n+1}$ este supraunitară.

c) Determinați numărul natural n pentru care fracția $\frac{5n}{2n+3}$ este echiunitară.

11. Pentru fiecare dintre numerele raționale $a = -1,15$, $b = \frac{2}{3}$, $c = 2,3$, $d = -\frac{7}{2}$, determinați:

a) opusul;

b) inversul;

c) modulul;

d) partea întreagă;

e) partea fracționară.

12. Determinați valorile numărului întreg n pentru care:

- | | | |
|---------------------------------------|---|--|
| a) $\frac{8}{n} \in \mathbb{N}$; | e) $\frac{13}{2n+1} \in \mathbb{Z}_+$; | i) $\frac{6n+4}{2n-3} \in \mathbb{Z}$; |
| b) $\frac{12}{n+1} \in \mathbb{N}$; | f) $\frac{15}{3n+1} \in \mathbb{Z}$; | j) $\frac{10n-3}{2n+2} \in \mathbb{Z}$; |
| c) $\frac{18}{2n-3} \in \mathbb{Z}$; | g) $\frac{n+2}{n+1} \in \mathbb{N}$; | k) $\frac{5n-2}{2n+1} \in \mathbb{Z}$; |
| d) $\frac{72}{n-1} \in \mathbb{Z}$; | h) $\frac{n+5}{n+2} \in \mathbb{Z}$; | l) $\frac{8n+4}{5n-2} \in \mathbb{Z}$. |

13. Arătați că următoarele fracții sunt ireductibile pentru oricare număr natural n :

- | | | |
|------------------------|--------------------------|--------------------------|
| a) $\frac{n+1}{n+2}$; | b) $\frac{6n+7}{7n+8}$; | c) $\frac{4n-7}{3n-5}$. |
|------------------------|--------------------------|--------------------------|

14. Determinați valorile numărului întreg x pentru care fracția $\frac{4x+3}{7x+6}$ e reductibilă.

15. Calculați:

- a) $\frac{15}{17} + \frac{1515}{1717}$;
- b) $\frac{16}{19} + \frac{1616}{1919} + \frac{161616}{191919} + \dots + \frac{1616\dots16}{1919\dots19}$;
- 38 de termeni

16. Determinați valorile numărului natural n pentru care:

- | | |
|--------------------------------------|---|
| a) $\frac{n}{5} < \frac{7}{5}$; | e) $\frac{n-3}{7} < \frac{5}{14}$; |
| b) $\frac{3}{n} \geq \frac{3}{8}$; | f) $\frac{13}{2n+1} \geq \frac{13}{8}$; |
| c) $\frac{4}{n} \geq \frac{12}{8}$; | g) $\frac{1}{3} < \frac{n}{15} < \frac{6}{7}$; |
| d) $\frac{n+4}{8} < \frac{7}{2}$; | h) $\frac{7}{8} < \frac{2n+1}{2n} \leq \frac{4}{3}$. |

17. Calculați:

- a) $\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(+\frac{7}{3}\right) + \left(-\frac{4}{15}\right) + \left(-\frac{2}{5}\right)$;
- b) $\left(+\frac{5}{48}\right) + \left(-\frac{7}{18}\right) + \left(-\frac{11}{36}\right) + \left(+\frac{5}{12}\right)$;
- c) $\left(+\frac{7}{12}\right) + \left(-\frac{5}{18}\right) + \left(+\frac{1}{24}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right)$;
- d) $\left(+\frac{2}{5}\right) + \left(+\frac{1}{2}\right) + \left(+1\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{7}{6}\right)$;
- e) $\left(-1\frac{1}{2}\right) + \left(+1\frac{1}{4}\right) + \left(+\frac{5}{6}\right) + \left(-\frac{4}{9}\right)$;
- f) $\left(-1\frac{4}{5}\right) - \left(+2\frac{8}{15}\right) - \left(-\frac{37}{10}\right)$;
- g) $2,1 + 1,5 + \left(-\frac{8}{10}\right) + \left(-3\frac{1}{5}\right) + 0,5$;
- h) $3,5 + [-2, (6)] + 0,25 + \left(-3\frac{5}{6}\right)$;
- i) $\left(-\frac{5}{6}\right) - \left(+\frac{11}{12}\right) - 3, (2) - \left(+\frac{8}{3}\right)$;